

Vorlesung Wissensentdeckung

Apriori

Katharina Morik, Claus Weihs

LS 8 Informatik
Computergestützte Statistik
Technische Universität Dortmund

23.4.2015

Lernen von Assoziationsregeln

Gegeben:

- R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben
- t eine Transaktion, $t \subseteq R$
- r eine Menge von Transaktionen
- $s_{min} \in [0, 1]$ die minimale Unterstützung,
- $conf_{min} \in [0, 1]$ die minimale Konfidenz

Finde alle Regeln c der Form $X \rightarrow Y$, wobei $X \subseteq R$, $Y \subseteq R$, $X \cap Y = \emptyset$

$$s(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \subseteq t\}|}{|r|} \geq s_{min} \quad (1)$$

$$conf(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \subseteq t\}|}{|\{t \in r \mid X \subseteq t\}|} \geq conf_{min} \quad (2)$$

Warenkorbanalyse

Aftershave	Bier	Chips	EinkaufsID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

$$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier}\} \quad s = \frac{1}{4}, conf = \frac{1}{2}$$

$$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Chips}\} \quad s = 0$$

$$\{\text{Bier}\} \rightarrow \{\text{Chips}\} \quad s = \frac{1}{2}, conf = \frac{2}{3} \text{ (zusammen anbieten?)}$$

$$\{\text{Chips}\} \rightarrow \{\text{Aftershave}\} \quad s = 0$$

$$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier, Chips}\} \quad s = 0$$

Gliederung

1 Apriori

2 FP-Tree

Binäre Datenbanken

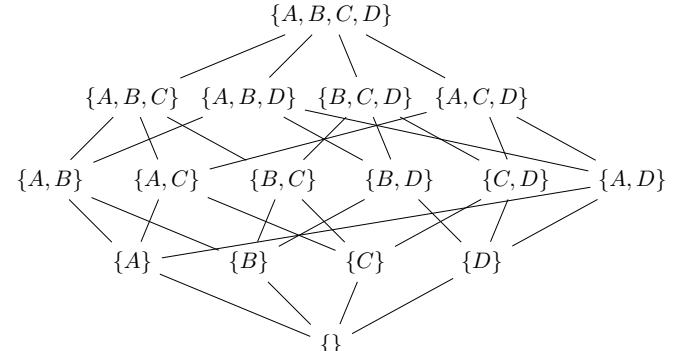
Sei R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben, und r eine Menge von Transaktionen, dann ist $t \in r$ eine Transaktion und die Objekte mit dem Wert 1 sind eine Teilmenge aller Objekte.

$$R = \{A, B, C\}$$

$$t = \{B, C\} \subseteq R$$

A	B	C	ID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

Verband



Ordnungsrelation

- Hier ist die Ordnungsrelation die Teilmengenbeziehung.
- Eine Menge S_1 ist größer als eine Menge S_2 , wenn $S_1 \supseteq S_2$.
- Eine kleinere Menge ist allgemeiner.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

7/47

Apriori Algorithmus

(Agrawal, Mannila, Srikant, Toivonen, Verkamo 1996)

LH des Zwischenschritts: Häufige Mengen $L_k = X \cup Y$ mit k Objekten (large itemsets, frequent sets)

- Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen. (Anti-Monotonie)
- Wenn eine Menge selten ist, so auch all ihre Obermengen. (Monotonie)
- Wenn X in L_{k+1} dann alle $S_i \subseteq X$ in L_k (Anti-Monotonie)
- Alle Mengen L_k , die $k-1$ Objekte gemeinsam haben, werden vereinigt zu L_{k+1} .

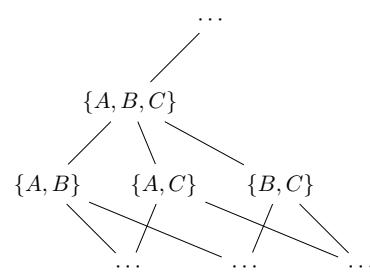
Dies ist der Kern des Algorithmus, die Kandidatengenerierung.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

9/47

Beispiel



- Wenn $\{A, B, C\}$ häufig ist, dann sind auch $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ häufig.
- Das bedeutet, daß $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ ($k=2$) häufig sein müssen, damit $\{A, B, C\}$ ($k+1=3$) häufig sein kann.
- Also ergeben die häufigen Mengen aus L_k die Kandidaten C_{k+1}

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

10/47

Kandidatengenerierung

Erzeuge-Kandidaten(L_k)

- $C_{k+1} := \{\}$
- For all l_1, l_2 in L_k , sodass

$$l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} \text{ und}$$

$$l_2 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i'_k\} \quad i'_k < i_k$$

- $l := \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k, i'_k\}$
- if alle k -elementigen Teilmengen von l in L_k sind, then

$$C_{k+1} := C_{k+1} \cup \{l\}$$

- return C_{k+1}

Prune(C_{k+1}, r) vergleicht Häufigkeit von Kandidaten mit s_{min} .

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

11/47

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

12/47

Häufige Mengen

• Häufige-Mengen(R, r, s_{min})

- $C_1 := \cup_{i \in R} i, k = 1$
- $L_1 := \text{Prune}(C_1)$
- while $L_k \neq \{\}$
 - $C_{k+1} := \text{Erzeuge-Kandidaten}(L_k)$
 - $L_{k+1} := \text{Prune}(C_{k+1}, r)$
 - $k := k + 1$
 - return $\cup_{j=2}^k L_j$

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

13/47



Regelgenerierung

Aus den häufigen Mengen werden Regeln geformt. Wenn die Konklusion länger wird, kann die Konfidenz sinken. Die Ordnung der Attribute wird ausgenutzt:

$$\begin{array}{lll} l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} & c_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}\} \rightarrow \{i_k\} & conf_1 \\ l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} & c_2 = \{i_1, \dots\} \rightarrow \{i_{k-1}, i_k\} & conf_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} & c_k = \{i_1\} \rightarrow \{\dots, i_{k-1}, i_k\} & conf_k \end{array}$$

$$conf_1 \geq conf_2 \geq \dots \geq conf_k$$

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

15/47



Probleme von Apriori

- Im schlimmsten Fall ist Apriori exponentiell in R , weil womöglich alle Teilmengen gebildet würden. In der Praxis sind die Transaktionen aber spärlich besetzt. Die Beschneidung durch s_{min} und $conf_{min}$ reicht bei der Warenkorbanalyse meist aus.
- Apriori liefert unglaublich viele Regeln.
- Die Regeln sind höchst redundant.
- Die Regeln sind irreführend, weil die Kriterien die a priori Wahrscheinlichkeit nicht berücksichtigen. Wenn sowieso alle Cornflakes essen, dann essen auch hinreichend viele Fußballer Cornflakes.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

17/47



APRIORI

• Apriori($R, r, s_{min}, conf_{min}$)

- $L := \text{Häufige-Mengen}(R, r, s_{min})$
- $c := \text{Regeln } (L, conf_{min})$
- return c

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

14/47



Was wissen Sie jetzt?

- Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln.
- Anti-Monotonie der Häufigkeit: Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen.
- Man erzeugt häufige Mengen, indem man häufige Teilmengen zu einer Menge hinzufügt und diese Mengen dann auf Häufigkeit testet. Bottom-up Suche im Verband der Mengen.
- Monotonie der Seltenheit: Wenn eine Teilmenge selten ist, so auch jede Menge, die sie enthält.
- Man beschneidet die Suche, indem Mengen mit einer seltenen Teilmenge nicht weiter betrachtet werden.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

16/47



Prinzipien für Regelbewertungen

- ① $RI(A \rightarrow B) = 0$, wenn $|A \rightarrow B| = \frac{|A||B|}{|r|}$
A und B sind unabhängig.
- ② $RI(A \rightarrow B)$ steigt monoton mit $|A \rightarrow B|$.
- ③ $RI(A \rightarrow B)$ fällt monoton mit $|A|$ oder $|B|$.

Also:

- $RI > 0$, wenn $|A \rightarrow B| > \frac{|A||B|}{|r|}$, d.h. wenn A positiv mit B korreliert ist.
- $RI < 0$, wenn $|A \rightarrow B| > \frac{|A||B|}{|r|}$, d.h. wenn A negativ mit B korreliert ist.

Wir wissen, dass immer $|A \rightarrow B| \leq |A| \leq |B|$ gilt, also

- RI_{min} , wenn $|A \rightarrow B| = |A|$ oder $|A| = |B|$
- RI_{max} , wenn $|A \rightarrow B| = |A| = |B|$

Piatetsky-Shapiro 1991

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

18/47



Konfidenz

- Die Konfidenz erfüllt die Prinzipien nicht! (Nur das 2.) Auch unabhängige Mengen A und B werden als hoch-konfident bewertet.
- Die USA-Census-Daten liefern die Regel
 $\text{aktiv-militär} \rightarrow \text{kein-Dienst-in-Vietnam}$
mit 90% Konfidenz. Tatsächlich ist
 $s(\text{kein-Dienst-in-Vietnam}) = 95\%$ Es wird also wahrscheinlicher, wenn aktiv-militär gegeben ist!
- Gegeben eine Umfrage unter 2000 Schülern, von denen 60% Basketball spielen, 75% Cornflakes essen. Die Regel
 $\text{Basketball} \rightarrow \text{Cornflakes}$
hat Konfidenz 66% Tatsächlich senkt aber Basketball die Cornflakes Häufigkeit!

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

19/47

Sicherheitsmaß

Shortliffe, Buchanan 1990 führten ein Sicherheitsmaß CF ein (für Regeln in Wissensbasen)

- Wenn $conf(A \rightarrow B) > s(B)$
 $CF(A \rightarrow B) = conf(A \rightarrow B) - \frac{s(B)}{1-s(B)}$
- Wenn $conf(A \rightarrow B) < s(B)$
 $CF(A \rightarrow B) = conf(A \rightarrow B)$
- Sonst
 $CF(A \rightarrow B) = 0$

Das Sicherheitsmaß befolgt die Prinzipien für Regelbewertung. Wendet man Signifikanztest oder Sicherheitsmaßen, erhält man weniger (irrelevante, irreführende) Assoziationsregeln.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

21/47

Jiawei Han and Micheline Kamber
Data Mining: Concepts and Techniques
Slides for Textbook - Chapter 6
Intelligent Database Systems Research Lab.
School of Computing Science.
Simon Fraser University, Canada.
<http://www.cs.sfu.ca>

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

23/47

Signifikanztest

- Ein einfaches Maß, das die Prinzipien erfüllt, ist:

$$|A \rightarrow B| - \frac{|A||B|}{|r|}$$

- Die Signifikanz der Korrelation zwischen A und B ist:

$$\frac{|A \rightarrow B| - \frac{|A||B|}{|r|}}{\sqrt{|A||B|\left(1 - \frac{|A|}{r}\right)\left(1 - \frac{|B|}{|r|}\right)}}$$

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

20/47

Was wissen Sie jetzt?

- Sie haben drei Prinzipien für die Regelbewertung kennengelernt:

- Unabhängige Mengen sollen mit 0 bewertet werden.
- Der Wert soll höher werden, wenn die Regel mehr Belege hat.
- Der Wert soll niedriger werden, wenn die Mengen weniger Belege haben.

- Sie haben drei Maße kennen gelernt, die den Prinzipien genügen:

- Einfaches Maß
- statistisches Maß und
- Sicherheitsmaß

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

22/47

Mining Frequent Patterns Without Candidate Generation

- Compress a large database into a compact, Frequent-Pattern tree (FP-tree) structure
 - highly condensed, but complete for frequent pattern mining
 - avoid costly database scans
- Develop an efficient, FP-tree-based frequent pattern mining method
 - A divide-and-conquer methodology: decompose mining tasks into smaller ones
 - Avoid candidate generation: sub-database test only!

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

24/47

Construct FP-tree from a Transaction DB

TID	Items bought	(ordered) frequent items
100	{f, a, c, d, g, i, m, p}	{f, c, a, m, p}
200	{a, b, c, f, l, m, o}	{f, c, a, b, m}
300	{b, f, h, j, o}	{f, b}
400	{b, c, k, s, p}	{c, b, p}
500	{a, f, c, e, l, p, m, n}	{f, c, a, m, p}

$support_{min} = 0.5$

Item freq head

f	4	{} → f : 4
c	4	{} → c : 1 → c : 3
a	3	{} → c : 1 → a : 3
b	3	{} → c : 1 → b : 1 → b : 1
m	3	{} → c : 1 → b : 1 → m : 2
p	3	{} → c : 1 → b : 1 → m : 1 → p : 2

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

25/47

- Scan DB once, find frequent 1-itemset (single item pattern)
- Order frequent items in frequency descending order
- Scan DB again, construct FP-tree

Benefits of the FP-tree Structure

- Completeness:**
 - never breaks a long pattern of any transaction
 - preserves complete information for frequent pattern mining
- Compactness:**
 - reduce irrelevant information - infrequent items are gone
 - frequency descending ordering: more frequent items are more likely to be shared
 - never be larger than the original database (if not count node-links and counts)
 - Example: For Connect-4 DB, compression ratio could be over 100

Major Steps to Mine FP-tree

- Construct conditional pattern base for each node in the FP-tree
- Construct conditional FP-tree from each conditional pattern-base
- Recursively mine conditional FP-trees and grow frequent patterns obtained so far
 - If the conditional FP-tree contains a single path, simply enumerate all the patterns

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

29/47

FP-Tree

- Ein FP Tree ist nach Häufigkeiten (von oben nach unten) geordnet.
- Ein FP Tree fasst Transaktionen als Wörter auf und stellt gemeinsame Präfixe verschiedener Wörter dar.
- Für jede Transaktion lege einen Pfad im FP Tree an:
 - Pfade mit gemeinsamem Präfix - Häufigkeit +1, Suffix darunter hängen.
 - Kein gemeinsamer Präfix vorhanden - neuen Zweig anlegen.
- Header Tabelle verweist auf das Vorkommen der items im Baum. Auch die Tabelle ist nach Häufigkeit geordnet.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

26/47

Mining Frequent Patterns Using FP-tree

- General idea (divide-and-conquer)
 - Recursively grow frequent pattern path using the FP-tree
- Method
 - For each item, construct its *conditional pattern-base*, and then its *conditional FP-tree*
 - Repeat the process on each newly created conditional FP-tree
 - Until the resulting FP-tree is *empty*, or it contains *only one path* (single path will generate all the combinations of its sub-paths, each of which is a frequent pattern)

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

28/47

Step 1: From FP-tree to Conditional Pattern Base

- Starting at the frequent header table in the FP-tree
- Traverse the FP-tree by following the link of each frequent item
- Accumulate all of transformed prefix paths of that item to form a conditional pattern base

Item freq head

Item	conditional pattern base
c	f : 3
a	fc : 3
b	fca : 1, f : 1, c : 1
m	fca : 2, fcab : 1
p	fcam : 2, cb : 1

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

30/47

Vom FP Tree zur Cond. Pattern Base

- Die Header Tabelle von unten (selten) nach oben durchgehen. Die Verweise führen zu den Pfaden, in denen das item vorkommt.
 - Das item wird als Suffix betrachtet und alle Präfixe davon als Bedingungen für dies Suffix.
 - Die Häufigkeiten der Präfixe werden von unten nach oben propagiert.

Katharina Morik, Claus Weihs

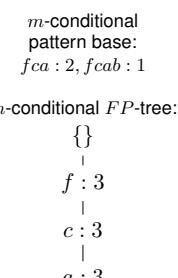
DMV

31/47

Step 2: Construct Conditional FP-tree

- For each pattern-base
 - Accumulate the count for each item in the base
 - Construct the FP-tree for the frequent items of the pattern base

Item	freq	head
f	4	
c	4	
a	3	
b	3	
m	3	
p	3	



m-conditional pattern base:
 $fca : 2, fcab : 1$

m-conditional FP-tree:
 $\{\}$
 $f : 3$
 $|$
 $c : 3$
 $|$
 $a : 3$

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

33/47

Mining Frequent Patterns by Creating Conditional Pattern-Bases

Item	Conditional pattern-base	conditional FP-tree
p	$\{(fcam : 2), (cb : 1)\}$	$\{(c : 3)\} p$
m	$\{(fea : 2), (fcab : 1)\}$	$\{(f : 3, c : 3, a : 3)\} m$
b	$\{(fea : 1), (f : 1), (c : 1)\}$	Empty
a	$\{(fc : 3)\}$	$\{((f : 3, c : 3)) a\}$
c	$\{(f : 3)\}$	$\{(f : 3)\} c$
f	Empty	Empty

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

35/47

Properties of FP-tree for Conditional Pattern Base Construction

Node-link property

- For any frequent item a_i , all the possible frequent patterns that contain a_i can be obtained by following a_i 's node-links, starting from a_i 's head in the FP-tree header

Prefix path property

- To calculate the frequent patterns for a node a_i in a path P , only the prefix sub-path of a_i in P need to be accumulated, and its frequency count should carry the same count as node a_i .

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

32/47

m -conditional FP-tree

m -conditional pattern base:
 $fca : 2, fcab : 1$

m -conditional FP-tree:
 $\{\}$
 $f : 3$
 $|$
 $c : 3$
 $|$
 $a : 3$

All frequent patterns concerning m

- m
- fm, cm, am
- fcm, fam, cam
- $fcam$

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

34/47

Cond. Pattern Base - Cond. FP Tree

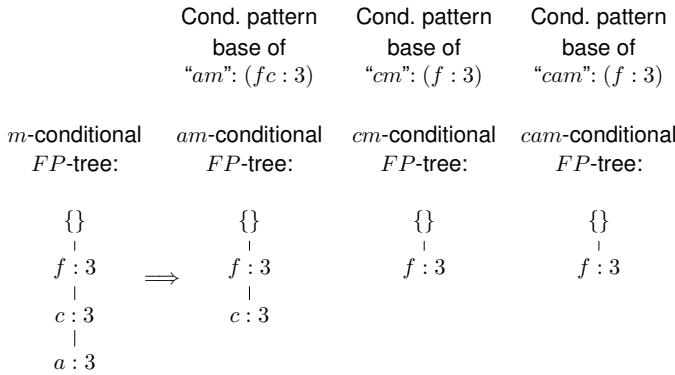
- Präfixpfade eines Suffixes bilden die bedingte Basis.
- Diejenigen Präfixpfade, die häufiger als $support_{min}$ sind, bilden den bedingten FP Tree.
- Falls mehrere dieser Präfixpfade zu einem Suffix gleich sind (vom Anfang bis zu einer bestimmten Stelle), wird daraus ein Pfad bis zu dieser Stelle und die ursprünglichen Häufigkeiten werden addiert.
- Ansonsten gibt es mehrere Pfade im bedingten Baum.

Katharina Morik, Claus Weihs

DMV

36/47

Step 3: Recursively mine the conditional FP-tree



Katharina Morik, Claus Weihs DMV 37/47

Cond. FP Tree - frequent sets

- Alle Teilmuster im bedingten *FP* Baum, der nur ein Zweig ist, und des Suffixes bilden die Menge häufiger Muster.
- Die gesuchte Menge der häufigen Mengen ist die Gesamtheit aller häufiger Muster aus allen bedingten *FP* Bäumen.

Katharina Morik, Claus Weihs DMV 39/47

Algorithmus *FP_growth*

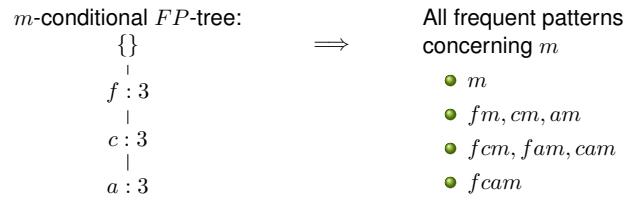
Input:

- D eine Transaktionsdatenbank
 - $support_{min}$ ein Schwellwert der Häufigkeit
- Scan von D , Erstellen der Menge F häufiger items und ihrer Häufigkeiten, Ordnen von F in absteigender Häufigkeit.
 - Wurzel des *FP* Trees ist Null. Für jede Transaktion $Trans$ in D :
nach Häufigkeit gemäß F geordnete items in $Trans$ werden zur Liste $[p|P]$, wobei p das erste item und P die restlichen sind. $insert_tree([p|P], T)$
 - $FP_growth(FP_tree, null)$

Katharina Morik, Claus Weihs DMV 41/47

Single FP-tree Path Generation

- Suppose an FP-tree T has a single path P
- The complete set of frequent pattern of T can be generated by enumeration of all the combinations of the sub-paths of P



Katharina Morik, Claus Weihs DMV 38/47

Principles of Frequent Pattern Growth

- Pattern growth property
 - Let α be a frequent itemset in DB , B be α 's conditional pattern base, and β be an itemset in B . Then $\alpha \cup \beta$ is a frequent itemset in DB iff β is frequent in B .
- " $abcdef$ " is a frequent pattern, if and only if
 - " $abcde$ " is a frequent pattern, and
 - " f " is frequent in the set of transactions containing " $abcde$ "

Katharina Morik, Claus Weihs DMV

40/47

$insert_tree([p|P], T)$

- Wenn T ein Kind N hat mit $N.item_name = p.item_name$ dann erhöhe Häufigkeit von $N + 1$.
- Sonst bilde neuen Knoten N mit Häufigkeit = 1 direkt unter T und füge Knotenverweise zu den Knoten mit dem selben $item.name$ ein.
- Solange P nicht $\{\}$ ist, $insert_tree(P, N)$.

Katharina Morik, Claus Weihs DMV

42/47

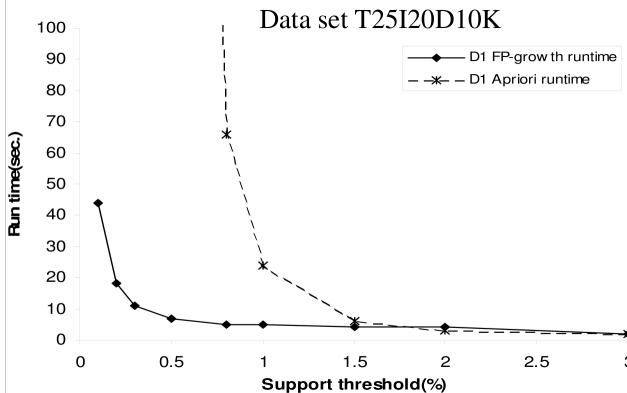
$fp_growth(Tree, \alpha)$

- Wenn Tree ein einziger Pfad P ist,
 - dann generiere für jede Kombination β von Knoten in P Muster $\beta \cup \alpha$ mit $support = support_{min}$ eines items in β .
- Sonst für jedes a_i in header von Tree
 - generiere Muster $\beta = a_i \cup \alpha$ mit $s = a_i.s$
 - konstruiere β cond. base und daraus β cond. FP tree $Tree_\beta$
 - Wenn $Tree_\beta$ nicht {}, dann $fp_growth(Tree_\beta, \beta)$

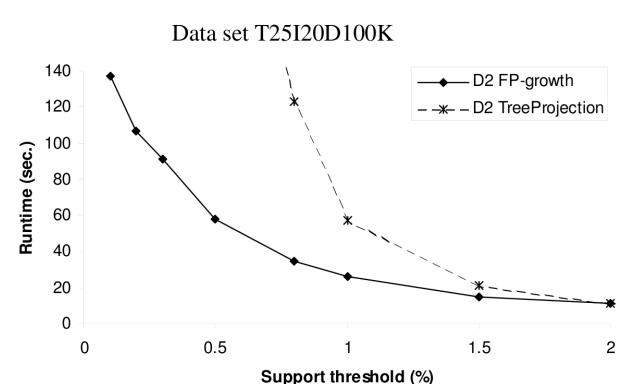
Why Is Frequent Pattern Growth Fast?

- Our performance study shows
 - FP-growth is an order of magnitude faster than Apriori, and is also faster than tree-projection
- Reasoning
 - No candidate generation, no candidate test
 - Use compact data structure
 - Eliminate repeated database scan
 - Basic operation is counting and FP-tree building

FP-growth vs. Apriori: Scalability With the Support Threshold



FP-growth vs. Apriori: Scalability With the Support Threshold



Was wissen Sie jetzt?

- FP-growth als Alternative zu Apriori
 - Schneller, weil keine Kandidaten generiert werden
 - Kompaktes Speichern
 - Basisoperation ist einfach Zählen.
- Der FP-Baum gibt Präfixbäume für ein Suffix an.
- Die Ordnungsrelation ist die Häufigkeit der items.
 - Der Baum wird vom häufigsten zum seltensten gebaut.
 - Die bedingte Basis wird vom seltensten Suffix zum häufigsten erstellt.